

*Государственное учреждение образования
«Средняя школа №7 г. Бреста»*

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА

«Подобие треугольников»

Секция “математика”

Выполнила:

Волынчук Вероника Андреевна,

Учащаяся 9«А» класса

Руководитель:

Лукашик Алла Михайловна,

учитель математики

2019

Оглавление

<i>Задание на исследовательскую работу.....</i>	<i>3</i>
<i>Геометрия 3D.....</i>	<i>4</i>
<i>Моделирование.....</i>	<i>7</i>
<i>Реальная геометрия.....</i>	<i>9</i>

Задание на исследовательскую работу

Актуальность проекта:

Заключается в том, что в ней показано как без каких-либо инструментов, можно узнать высоту стелы и площадь различных фигур и участков

Гипотеза:

С помощью подобия треугольников можно выполнять измерения реальных объектов

Объект исследования:

Решение задач по теме «Подобие фигур»

Предмет исследования:

Математика

Цель:

Исследовать возможность применения подобия фигур в реальной жизненной ситуации

Задачи:

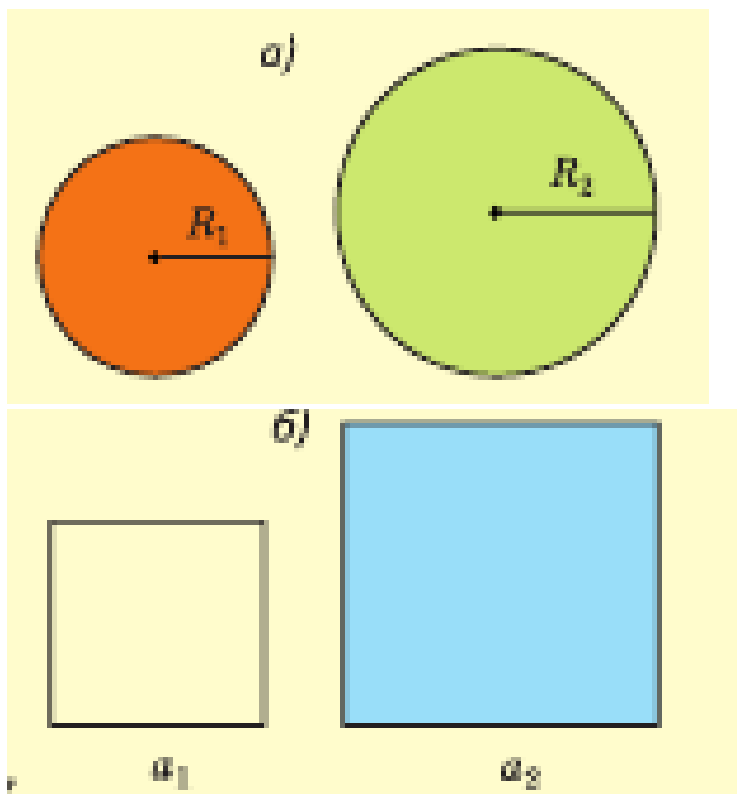
1. Повторить изученное по теме «Подобие треугольников»
2. Уметь применять признаки подобия треугольников при решении нестандартных задач
3. Разобрать решения задач различного уровня сложности
4. Показать применение подобия треугольников на примере измерительных работ

Методы исследования:

Сбор новой информации, обработка материала, наблюдение, анализ.

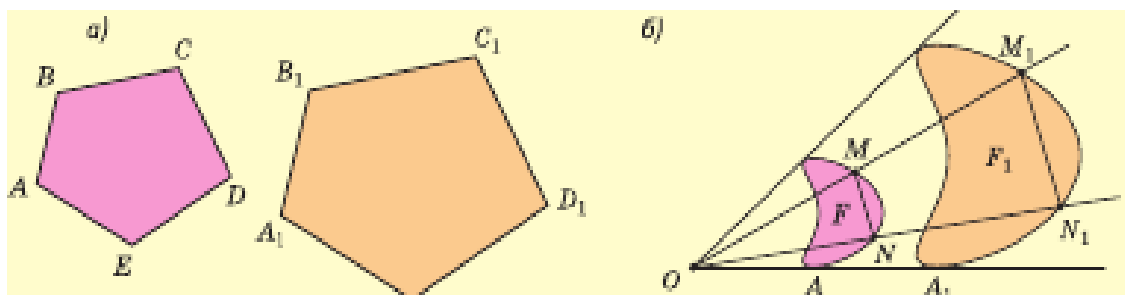
Геометрия 3D

Любые два круга являются подобными. Коэффициент подобия в первом случае может быть определён как отношение радиусов кругов, а во втором – как отношение сторон квадратов, то есть $k = \frac{R_1}{R_2}$ или $k = \frac{a_1}{a_2}$.

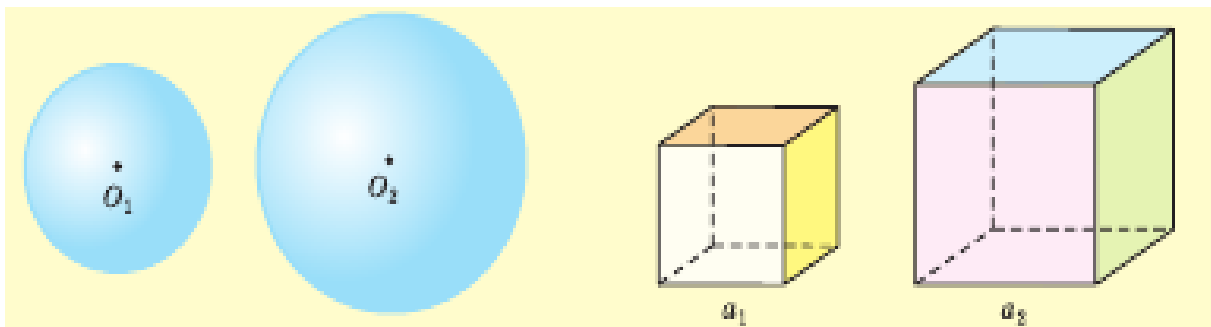


Два многоугольника называются подобными, если у них соответствующие углы равны, а соответствующие стороны пропорциональны.

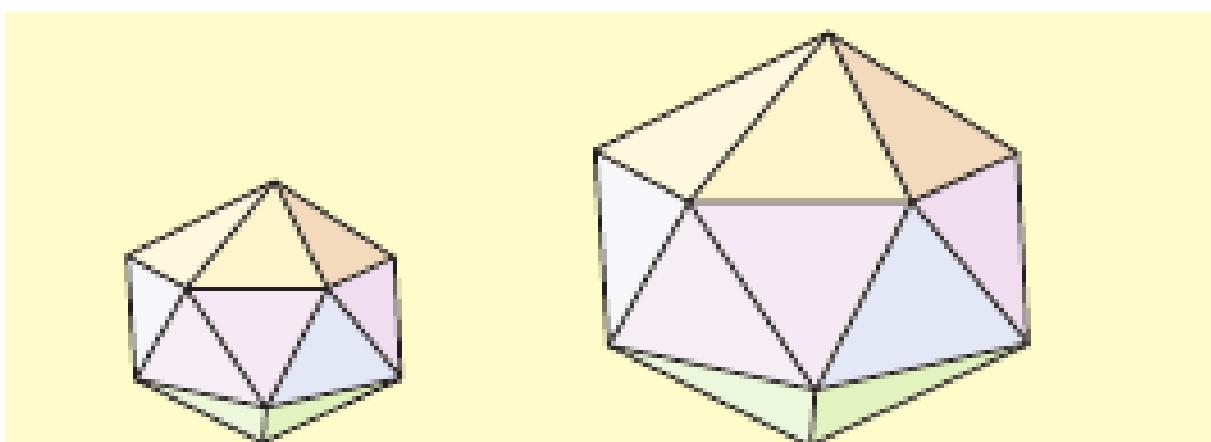
Фигуры F и F_1 называются подобными, если между их точками можно установить такое соответствие, что для любых пар точек M и N и соответственных им точек M_1 и N_1 выполняется условие $\frac{MN}{M_1N_1} = k$. Число k – коэффициент подобия. На уроках мы доказали, что отношение периметров подобных фигур равно k , а отношение их площадей – k^2 .



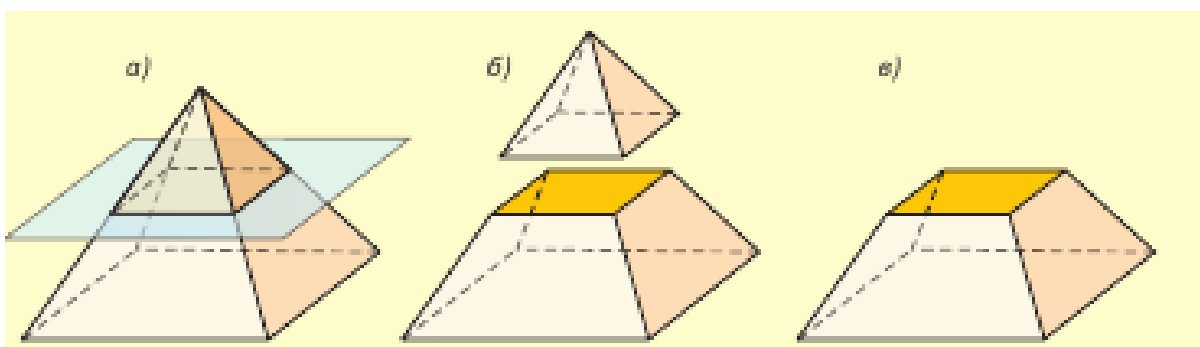
Подобие также определяется и для пространственных фигур. Так, подобными являются любые два шара или любые два куба.



Увеличив длину всех ребер любого многогранника в одно и то же число раз и сохранив величины всех углов, получим многогранник, подобный данному.



Мы знаем, что прямая, параллельная основанию треугольника, отсекает от него треугольник, подобный данному. Аналогично, в пространстве плоскость, параллельная основанию пирамиды, отсекает от нее пирамиду, подобную данной. То есть отсеченная пирамида будет иметь такую же форму, но отличаться размерами. Если отбросить отсеченную пирамиду, то получится усеченная пирамида.

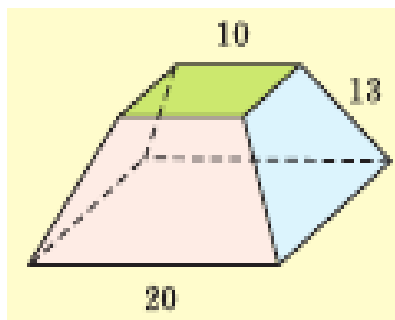


Усеченная пирамида имеет два основания: верхнее и нижнее, которые являются подобными многоугольниками, а боковые грани являются трапециями. В основании правильной четырехугольной пирамиды лежит

квадрат, и все её боковые ребра равны. Если от нее отсечь плоскостью, параллельной основанию, пирамиду, то получим правильную усеченную пирамиду. Основания ее — квадраты, а боковые грани — равные равнобедренные трапеции.

Задача

Найдите площадь полной поверхности правильной усеченной четырехугольной пирамиды, у которой стороны оснований равны 20 см и 10 см, а боковое ребро равно 13 см.



Решение. 1) Так как это правильная усеченная пирамида, значит она состоит из четырёх боковых граней, которые являются трапециями и имеет два основания: верхнее и нижнее, которые являются подобными многоугольниками.

2) Найдём площадь трапеции. Так как одно основание равно 10 см, а второе 20 см, а трапеция равнобедренная, отсюда высота делит большее основание на два отрезка, меньший из которых равен $\frac{a-b}{2}$; $\frac{20-10}{2}=5$ см.

3) Так как боковое ребро равно 13 см, меньший отрезок основания равен 5 см, а высота образует прямой угол, то по теореме Пифагора (в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов) найдём высоту трапеции.

$$13^2=5^2+x^2;$$

$$169=25+x^2;$$

$$x^2=169-25;$$

$$x^2=144;$$

$$x=12;$$

Так как основания трапеции равны 10 см и 20 см, а высота 12 см, то найдём площадь трапеции.

$$S=\frac{10+20}{2}\times 12=180\text{см}^2.$$

4) Так как грань верхнего основания равна 10см, то найдём площадь фигуры $S=10\times 10=100\text{см}^2$.

Грань нижнего основания равна 20см, отсюда площади фигуры равна $S=20\times 20=400\text{см}^2$.

5) Так как правильная усеченная четырёхугольная пирамида состоит из четырёх равновеликих трапеций и двух квадратов, то отсюда найдём её площадь $S=(180\times 4) +100+400=1220\text{см}^2$.

Ответ: 1220см^2 .

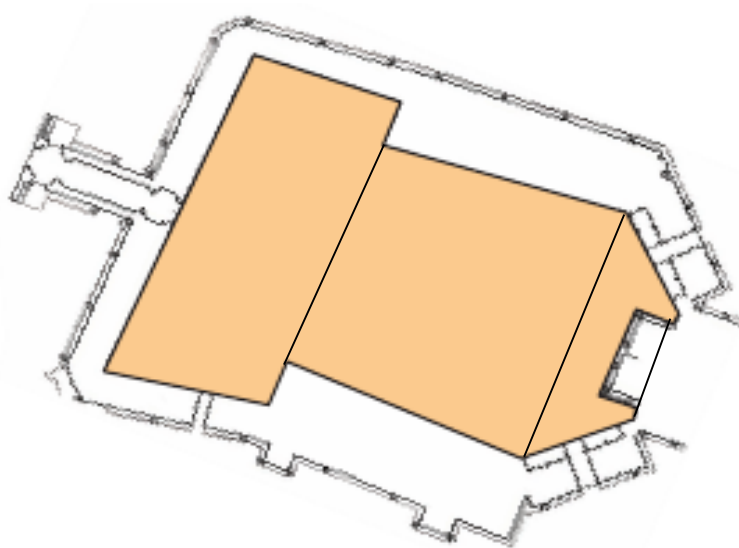
Моделирование

Интересно знать. Несвижский замок — дворцово-парковый комплекс, находящийся в северо-восточной части города Несвижа в Минской области Беларуси. В XVI—XIX веках — центр резиденции ее владельцев из рода Радзивиллов. Архитектурный ансамбль Несвижского замка в настоящее время представляет собой историко-культурный музей-заповедник. С 2005 года внесен во Всемирное наследие ЮНЕСКО. Несвижский замок изображен на нашей 100-рублевой купюре.



На рисунке изображен план участка под Несвижским замком в масштабе 1:1500. При помощи линейки можно определить размеры внутреннего двора (отмечен коричневым цветом) и найти его площадь, используя формулы площади прямоугольника и трапеции. Найти периметр и площадь реального участка можно при помощи свойств подобных

МНОГОУГОЛЬНИКОВ.



Решение. 1) Внутренний двор состоит из двух трапеций и трети трапеции с вырезанным прямоугольником внутри.

2) Измерим основания первой трапеции. Нижнее основание равно 4,7 см, верхнее равно 4,5 см. Проведём высоту, величина которой равна 2 см.

Найдём площадь трапеции $S_1 = ((4,7 + 4,5) / 2) \times 2 = 9,2 (\text{см}^2)$

3) Рассмотрим вторую трапецию. Верхнее основание равно 3,2 см, нижнее равно 3,6 см. Проведём высоту, величина которой равна 3,3 см. Найдём площадь трапеции $S_2 = ((3,2 + 3,6) / 2) \times 3,3 = 11,22 (\text{см}^2)$.

4) Чтобы найти площадь третьей фигуры, нужно сначала найти площадь трапеции, потом площадь прямоугольника, и затем от площади трапеции отнять площадь прямоугольника и тогда мы узнаем площадь фигуры.

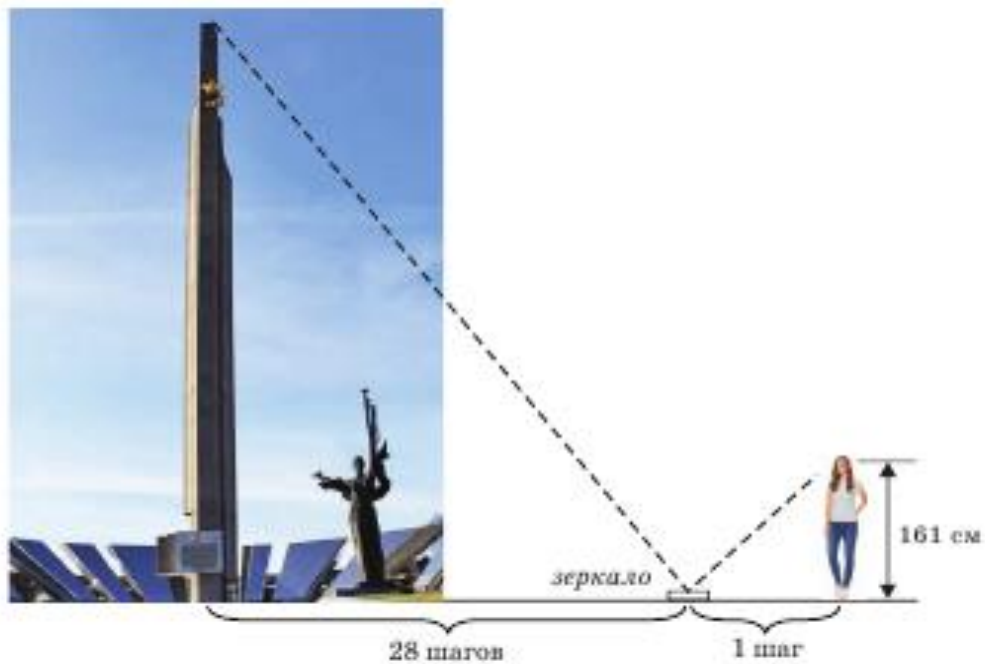
Проведём высоту и измерим её, длина этой высоты равна 1,2 см. Площадь трапеции равна $S_3 = ((3,6 + 1,6)/2) \times 1,2 = 3,12(\text{см}^2)$. Найдём площадь прямоугольника $S_{\text{пр}} = 0,5 \times 1,3 = 0,65(\text{см}^2)$. Отсюда найдём площадь фигуры $S = 3,12 - 0,65 = 2,47(\text{см}^2)$. Площадь внутреннего двора на плане равна $S = 11,22 + 2,47 + 9,2 = 22,89(\text{см}^2)$.

2) Так как двор был изображён в масштабе 1:1500, то $k = \frac{1}{1500}$, тогда площадь реального участка равна $S = 22,89 * (1500^2) = 51\,502\,500 \text{ см}^2 = 5150,25 \text{ м}^2$, а периметр реального участка равен $P = (2 + 2,1 + 0,6 + 0,6 + 3,3 + 3,3 + 1,5 + 1,5 + 0,2 + 0,2 + 0,5 + 0,5 + 1,3 + 4,7) * 1500 = 33450 \text{ см} = 334,5 \text{ м}$.

Ответ: $22,89 \text{ см}^2$, $515,025 \text{ м}^2$, $334,5 \text{ м}$.

Реальная геометрия

Задача. Я покажу, как при помощи зеркала, зная собственный рост, можно определить примерную высоту стелы «Минск — город герой» — главного символа столицы Беларуси. При решении задачи надо учитывать закон отражения солнечного света, который звучит так: «Угол падения равен углу отражения». Вместо зеркала можно использовать экран телефона или планшета.



Решение. Так как угол падения равен углу отражения, а стела и человек образует прямой угол с землёй, то эти треугольники подобны (по двум углам). Отсюда соответствующие стороны треугольников пропорциональны, значит $161:x=1:28$, $x=161 \times 28/1=4508\text{см}=45\text{м } 8\text{см}$ - высота стелы.

Ответ: 45м 8см.

Задача2.



Расстояние от стелы до зеркала 65 шагов, от зеркала до человека 1 шаг. Рост человека составляет 160 см.

Решение. Так как угол падения равен углу отражения, а стела и человек образует прямой угол с землёй, то треугольники которые они образуют подобны (по двум углам). Отсюда соответствующие стороны пропорциональны, значит $160:x=1:65$, $x=160 \times 65 \div 1=10400(\text{см})=104(\text{м})$

Ответ: 104м

Спасибо за внимание!

